Nathan Araújo Euzébia Rocha

081220008

Exercício 1:

A)

Para a matriz dada:

α7 α8

0 α9

Substituindo os valores de α7 = 0, α8 = 0 e α9 = 8, temos a matriz:

0 0

0 8

Os autovalores são os elementos da diagonal principal: 0 e 8.

Para o autovalor 0, temos o sistema homogêneo:

0x + 0y = 0

0x + 8y = 0

A segunda equação implica que y = 0. Logo, o autovetor associado ao autovalor 0 é (1, 0).

Para o autovalor 8, temos o sistema homogêneo:

-8x + 0y = 0

0x + 0y = 0

A primeira equação implica que x = 0. Logo, o autovetor associado ao autovalor 8 é (0,1).

B)

Para a matriz dada:

α7 0

α8 α9

Substituindo os valores de α7 = 0, α8 = 0 e α9 = 8, temos a matriz:

0 0

0 8

Os autovalores são os elementos da diagonal principal: 0 e 8.

Para o autovalor 0, temos o sistema homogêneo:

0x + 0y = 0

0x + 8y = 0

A segunda equação implica que y = 0. Logo, o autovetor associado ao autovalor 0 é (1, 0).

Para o autovalor 8, temos o sistema homogêneo:

-8x + 0y = 0

0x + 0y = 0

A primeira equação implica que x = 0. Logo, o autovetor associado ao autovalor 8 é (0,1).

C)

Para a matriz dada:

0 α9 + 1

α9 + 1 0

Substituindo o valor de α9 = 8, temos a matriz:

0 9

9 0

Para encontrar os autovalores, precisamos resolver a equação característica det(A - λI) = 0:

det(A - λI) = det([[-λ, 9], [9, -λ]]) = λ^2 - 81 = 0

Resolvendo essa equação quadrática, encontramos os autovalores λ1 = -9 e λ2 = 9.

Para o autovalor -9, temos o sistema homogêneo:

9x + 9y = 0

9x + 9y = 0

A primeira equação implica que x = -y. Logo, um autovetor associado ao autovalor -9 é (1,-1).

Para o autovalor 9, temos o sistema homogêneo:

-9x + 9y = 0

9x - 9y = 0

A primeira equação implica que x = y. Logo, um autovetor associado ao autovalor 9 é (1,1).

D)

Para a matriz dada:

0 (α8 + 1)^2

(α9 + 1)^2 0

Substituindo os valores de α8 = 0 e α9 = 8, temos a matriz:

0 1

81 0

Para encontrar os autovalores, precisamos resolver a equação característica det(A - λI) = 0:

det(A - λI) = det([[-λ, 1], [81, -λ]]) = λ^2 - 81 = 0

Resolvendo essa equação quadrática, encontramos os autovalores λ1 = -9 e λ2 = 9.

Para o autovalor -9, temos o sistema homogêneo:

9x + y = 0

81x + 9y = 0

A primeira equação implica que x = -y/9. Logo, um autovetor associado ao autovalor -9 é (1,-9).

Para o autovalor 9, temos o sistema homogêneo:

-9x + y = 0

81x - 9y = 0

A primeira equação implica que x = y/9. Logo, um autovetor associado ao autovalor 9 é (1,9).

E)

Para a matriz dada:

α4 α5 α6

0 α7 α8

0 0 α9

Substituindo os valores de α4 = 2, α5 = 2, α6 = 0, α7 = 0, α8 = 0 e α9 = 8, temos a matriz:

2 2 0

0 0 0

0 0 8

Os autovalores são os elementos da diagonal principal: 2, 0 e 8.

Para o autovalor 2, temos o sistema homogêneo:

0x + 2y + 0z = 0

0x + 0y + 0z = 0

0x + 0y + 6z = 0

A primeira equação implica que y = 0. A terceira equação implica que z = 0. Logo, o autovetor associado ao autovalor 2 é (1,0,0).

Para o autovalor 0, temos o sistema homogêneo:

2x + 2y + 0z = 0

0x + 0y + 0z = 0

0x + 0y + 8z = 0

A primeira equação implica que x = -y. A terceira equação implica que z = 0. Logo, um autovetor associado ao autovalor 0 é (1,-1,0).

Para o autovalor 8, temos o sistema homogêneo:

-6x + y + z = z

x - y - z = - z

x - y - z = - z

A primeira equação implica que x = (y+z)/6. A segunda e terceira equações são equivalentes e implicam que x=y+z. Logo, um autovetor associado ao autovalor 8 é (1,-1/5,-1/5).

F)

Para a matriz dada:

2 2 3

0 α9 2

0 2 α9

Substituindo o valor de α9 = 8, temos a matriz:

2 2 3

0 8 2

0 2 8

Para encontrar os autovalores, precisamos resolver a equação característica det(A - λI) = 0:

det(A - λI) = det([[2-λ, 2, 3], [0, 8-λ, 2], [0, 2, 8-λ]]) = (λ-12)(λ-6)(λ+2) = 0

Resolvendo essa equação cúbica, encontramos os autovalores λ1 = -2, λ2 = 6 e λ3 = 12.

Para o autovalor -2, temos o sistema homogêneo:

4x + y + z = z

x + y + z = z

x + y + z = z

A primeira equação implica que x = (y+z)/4. A segunda e terceira equações são equivalentes e implicam que x=y+z. Logo, um autovetor associado ao autovalor -2 é (1,-1/3,-1/3).

Para o autovalor 6, temos o sistema homogêneo:

-4x + y + z = z

x - y - z = - z

x - y - z = - z

A primeira equação implica que x = (y+z)/4. A segunda e terceira equações são equivalentes e implicam que x=y+z. Logo, um autovetor associado ao autovalor 6 é (1,-1/5,-1/5).

Para o autovalor 12, temos o sistema homogêneo:

-10x + y + z = z

x - y - z = - z

x - y - z = - z

A primeira equação implica que x = (y+z)/10. A segunda e terceira equações são equivalentes e implicam que x=y+z. Logo, um autovetor associado ao autovalor 12 é (1,-1/11,-1/11).

G)

Para a matriz dada:

0 α6 0

0 α7 0

0 α8 α9 + 1

Substituindo os valores de α6 = 0, α7 = 0, α8 = 0 e α9 = 8, temos a matriz:

0 0 0

0 0 0

0 0 9

Os autovalores são os elementos da diagonal principal: 0, 0 e 9.

Para o autovalor 0, temos o sistema homogêneo:

0x + 0y + 0z = 0

0x + 0y + 0z = 0

0x + 0y -9z = 0

A terceira equação implica que z = 0. Logo, um autovetor associado ao autovalor 0 é (1,1,0).

Para o autovalor 9, temos o sistema homogêneo:

-9x + y + z = z

x - y - z = - z

x - y - z = - z

A primeira equação implica que x = (y+z)/9. A segunda e terceira equações são equivalentes e implicam que x=y+z. Logo, um autovetor associado ao autovalor 9 é (1,-1/10,-1/10).

Exercício 2:

A degradação mais perceptível na qualidade da imagem ocorrerá se reduzirmos o percentual de valores singulares mantidos de 100% para 80%, pois, neste caso, estaremos retirando uma quantidade significativa de informações relevantes para a formação da imagem. Isso ocorre porque a matriz S, que contém os valores singulares, está ordenada do maior para o menor, o que significa que os primeiros valores contêm as informações mais relevantes para a formação da imagem.

Exercício 3:

A relação observada entre a proporção de valores singulares mantidos e o tamanho do arquivo resultante é que quanto menor a porcentagem de valores singulares mantidos, menor o tamanho do arquivo comprimido. Isso acontece porque menos informações são mantidas na imagem comprimida, resultando em um arquivo menor.

Exercício 4:

Ao reduzirmos a proporção de valores singulares mantidos durante o processo de compressão, a qualidade da imagem é progressivamente degradada, com perda de detalhes e definição. As áreas da imagem com maior variação de intensidade de cor e textura são as mais afetadas, enquanto as áreas com menor variação e mais homogêneas mantêm sua aparência original com maior fidelidade.